

Plaatsbepaling uit drie afstand-(tijd-)verschillen naar vier punten.

$p=b-a$, $q=c-a$, $r=d-a$ worden gemeten. ZIE VOLGENDE PAGINA voor een getallenvoorbeeld.

$a^2=x^2+y^2+z^2$ Afstand a (niet gemeten) Let op kwadraat

$b^2=(x-1)^2+y^2+z^2$ Afstand b

$c^2=x^2+(y-1)^2+z^2$ Afstand c

$d^2=x^2+y^2+(z-1)^2$ Afstand d

$b=a+p$ Tijdverschillen (wel gemeten)

$c=a+q$ $p= a-b$, $q= a-c$, $r= a-d$

$d=a+r$

$a^2=x^2+y^2+z^2$ De vier vergelijkingen overnieuw

$(a+p)^2=x^2-2*x+y^2+z^2+1$ Vier vgl met vier onbekenden: x , y , z , a

$(a+q)^2=x^2+y^2-2*y+z^2+1$ waarin x , y , z de positie is

$(a+r)^2=x^2+y^2+(z-1)^2$ en a het tijdstip van eerste ontvangst.

$SOLVE([a^2=x^2+y^2+z^2, (a+p)^2=x^2-2*x+y^2+z^2+1, (a+q)^2=x^2+y^2-2*y+z^2+1, (a+r)^2=x^2+y^2+(z-1)^2], [x, y, z, a])$

Er blijken twee oplossingen: ofwel

$x=-(p*\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))+p^2*(q^2+r^2-1)-p*(q^3-q+r*(r^2-1))-q^2-r^2+1)/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

$y=-(q*\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))-p^3*q+p^2*(q^2-1)+p*q+(q^2-q*r-1)*(r^2-1))/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

$z=-(r*\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))-p^3*r+p^2*(r^2-1)+p*r-q^3*r+q^2*(r^2-1)+q*r-r^2+1)/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

$a=(\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))-p^3+p-q^3+q-r*(r^2-1))/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

ofwel:

$x=(p*\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))-p^2*(q^2+r^2-1)+p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^2+r^2-1)/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

$y=(q*\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))+p^3*q+p^2*(1-q^2)-p*q+(1-r^2)*(q^2-q*r-1))/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

$z=(r*\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))+p^3*r+p^2*(1-r^2)-p*r+q^3*r+q^2*(1-r^2)-q*r+r^2-1)/(2*(p^2+q^2+r^2-1))$

$a=-((\text{SQR}(-p^4*(q^2+r^2-1)+2*p^3*(q^3-q+r*(r^2-1))-p^2*(q^4-4*q^2+r^4-4*r^2+4)-2*p*(q^3-q+r*(r^2-1))+q^4*(1-r^2)+2*q^3*r*(r^2-1)-q^2*(r^4-4*r^2+4)+2*q*r*(1-r^2)+(r^2-1)*(r^2-3))+p^3-p+q^3-q+r*(r^2-1))/(2*(p^2+q^2+r^2-1))]$

Zie volgende pagina voor een getallenvoorbeeld.

Voorbeeld: we meten b, c en d met vertraging t.o.v. a als volgt:

$$p=0.6$$

$$q=0.8$$

$$r=0.2$$

We lossen dit weer op:

```
SOLVE([a^2=x^2+y^2+z^2,(a+p)^2=x^2-2*x+y^2+z^2+1,(a+q)^2=x^2+y^2-2*y+z^2+1,(a+r)^2=x^2+y^2+(z-1)^2],[x,y,z,a])
```

De twee mogelijke posities zijn:

```
x=0.06122174496 AND y=-1.650376733E-1 AND z=0.3937405816 AND a=0.4312970917  
x=-1.238122174E1 AND y=-1.675496232E1 AND z=-3.753740581 AND a=21.16870290]
```

We testen de eerste oplossing: de afstanden naar a, b, c en d zouden zijn:

```
SQR((0.06122174496)^2+(-1.650376733E-1)^2+(0.3937405816)^2)
```

0.4312970916

```
SQR((0.06122174496-1)^2+(-1.650376733E-1)^2+(0.3937405816)^2)
```

1.031297091

```
SQR((0.06122174496)^2+(-1.650376733E-1-1)^2+(0.3937405816)^2)
```

1.231297091

```
SQR((0.06122174496)^2+(-1.650376733E-1)^2+(0.3937405816-1)^2)
```

0.6312970917

De verschillen p, q en r worden dan:

1.031297091-0.4312970916

0.6

1.231297091-0.4312970916

0.8

0.6312970917-0.4312970916

0.2

Wat gelijk is aan wat we gemeten hadden.